

Índice

Presentación ■ 9 ■

Unidad 1

¿Cómo funcionan las funciones? ■ 11 ■



Introducción	12
1. Desigualdades	14
Propiedades de los números reales	14
Propiedades de orden	21
Resolución de desigualdades	23
Desigualdades con valor absoluto	26
2. Funciones	40
Función, dominio e imagen	43
Determinación del dominio y la imagen	48
3. Gráfica de una función	52
Funciones suprayectivas, inyectivas y biyectivas	60
4. Gráfica de x^n : función creciente, decreciente, par e impar	66
Gráfica de x^2	66
Gráfica de $f(x) = x^4$ y, en general, de x^n para n par	70
Gráfica de $f(x) = x^n$, con $n = 3$ y, en general, con n impar	71
5. Gráficas de polinomios	77
Si conoces una, conoces la otra	77
Polinomios de grado 2, 3, 4 y n (álgebra de funciones)	85
6. Álgebra de funciones	91
Suma y producto de funciones	91
Composición de funciones	101
Funciones y física	110

Unidad 2

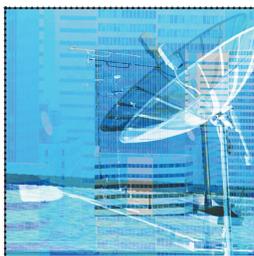
Límite de funciones ■ 119 ■



1.	Tan cerca como quieras	120
	Para entender el concepto de límite	122
	Definición de límite	127
2.	Si existe, es único; si no es único, no existe	135
	Unicidad del límite	135
	La función de Dirichlet	137
	Límites por la derecha y por la izquierda	139
	La función mayor entero	141
	Funciones acotadas y no acotadas	143
3.	Teorema para el cálculo de límites	149
	Cálculo de límites	150
4.	Al infinito y más allá...	161
	Límites <i>impropios</i> tipo 1: cuando f tiende a ∞ en una vecindad de un punto	161
	Límites <i>impropios</i> tipo 2: cuando x tiende a ∞ o $-\infty$	168
	Indeterminaciones	177
5.	Sea o no continua, ¡continuamos!	180
	Continuidad puntual	180
	Continuidad global	190
	La inversa de una función	196
6.	De lo común a lo trascendente	204
	Funciones trigonométricas	204
	Límites <i>notables</i> de las funciones trigonométricas	219
7.	Funciones exponencial y logaritmo	226
	Función logaritmo	235
	Funciones exponencial y logaritmo naturales	240
	Límites notables de exponencial y logaritmo	248
	Recapitulación	254
	Evaluación sumativa	262

Unidad 3

Derivada ■ 267 ■



1.	Cambio... ¿instantáneo?	268
	Velocidad	268
	Velocidad media	269
	Velocidad instantánea	273
	Interpretación geométrica de la velocidad	273
	La tangente	277
	La velocidad instantánea, la tangente y la derivada	280
	Otra forma de calcular la derivada	284
2.	Cambios demasiado bruscos e inconmensurables	287
	Primera clasificación: la discontinuidad	288
	Segunda clasificación: cambios bruscos e inconmensurables de funciones continuas	290
3.	La función derivada	295
	La gráfica de la derivada	297
	Una aproximación geométrica a la derivada de funciones trigonométricas y trascendentes	300
	Derivadas de orden superior	303
4.	Las fórmulas de derivación	305
	Fórmulas básicas	305
	Funciones trigonométricas	312
	Las funciones logaritmo y exponencial	314
	La regla de la cadena	316
	Aplicaciones de la regla de la cadena	322
	Demostración de algunas fórmulas	324
	<i>Recapitulación</i>	329
	<i>Evaluación sumativa</i>	331

Unidad 4

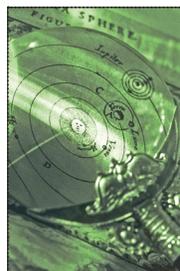
Aplicaciones de la derivada ■ 335 ■



1.	Aplicaciones geométricas de la derivada	336
	Ecuación de la recta tangente	336
	Ángulo entre curvas	341
	Derivada implícita	348
2.	Optimización	351
	Teorema del valor medio para la derivada	351
	Monotonía y concavidad	355
	Localización de máximos y mínimos	364
	Problemas de máximos y mínimos	371
	<i>Recapitulación</i>	376
	<i>Evaluación sumativa</i>	379

Unidad 5

Intégrate al cálculo ■ 381 ■



	Introducción	382
1.	Inducción matemática	383
2.	Y así sucesivamente...Sucesiones	396
	Sucesiones constantes	403
	Sucesiones acotadas	407
	Sucesiones que convergen o divergen	413
	Operaciones con sucesiones	419
3.	Propiedades de sucesiones convergentes y criterios de convergencia para sucesiones	423
	Sucesiones nulas	423
	Relación entre las sucesiones convergentes y las nulas	425

Propiedades de sucesiones convergentes	426
Criterios sobre convergencia de sucesiones	430
4. Una serie de series	434
Convergencia de series	434
Definiciones formales de convergencia y divergencia de series	437
Operaciones con series	440
5. Definición de integral	445
Suma de Riemann	447
Existencia de la integral	449
Integración de la función identidad	453
Integración de $f(x) = x^2$	458
Integrabilidad de una función	461
6. Propiedades de la integral	463
Integral de una suma de funciones	463
Integral de un producto con una constante	465
Integral de una suma de funciones	465
Signo de la integral	470
Teorema del valor medio para integrales	473
<i>Recapitulación</i>	477
<i>Evaluación sumativa</i>	479

Unidad 6

Métodos de integración y aplicaciones de la integral ■ 481 ■



1. Antiderivada	482
Repaso a la integral definida	488
Introducción al teorema fundamental del cálculo	492
Inversión de la derivación	494
Teoremas del valor intermedio y fundamental del cálculo	496
Integrales impropias	497

2.	Cálculo de la antiderivada	505
	Cálculo de antiderivadas mediante el teorema fundamental del cálculo	505
3.	Métodos de integración	511
	Integración por partes	511
	Integración por sustitución o cambio de variable	517
	Integración de funciones racionales	521
	Integración de funciones algebraicas particulares	524
4.	Integración por sustitución trigonométrica	529
	Integración por sustitución trigonométrica	529
	Integración de funciones de la forma $\sqrt{b^2 x^2 - a^2}$	535
	Integración de potencias de funciones trigonométricas	541
5.	Aplicaciones de la integral	547
	Aplicaciones de la integral relacionadas con la física	547
	Aplicaciones de la integral en geometría	554
	Aplicaciones de la integral en biología	558
	Aplicaciones de la integral en economía	561
	Aplicaciones de la integral en medicina	562
	<i>Recapitulación</i>	565
	<i>Evaluación sumativa</i>	569
	 <i>Apéndice A. Soluciones de ejercicios selectos</i>	 570